Übungsblätter zur elementaren Algebra und Analysis für die Schule

Tizian Seehaus

Inhaltsverzeichnis

Aussagenlogik (Leicht) **2**

Mengenlehre (Leicht) **3**

Mengenlehre (Schwer) **4**

Aussagenlogik	**Leicht**

1. Erklären Sie den Unterschied zwischen einer Aussage und einer Aussageform/Prädikat.
Lösung: Eine Aussage ist eine Formulierung, die entweder wahr oder unwahr sein kann. Der Wahrheitswert ist einer Aussage ist unabhängig von Variablen. Eine Aussageform hingegen hängt von Variablen ab und man kann den Wahrheitswert einer Aussageform ohne den konkreten Wert der abhängigen Variablen nicht erkennen. Erst wenn man eine Aussageform mit konkreten Werten für die Variablen evaluiert, ergibt sich daraus eine Aussage und man kann den Wahrheitswert der Aussageform für diese bestimmte Eingabe/n erkennen.

2. Bestimmen Sie, ob es sich bei den folgenden Formulierungen um Aussagen oder Aussageformen handelt. Begründe deine Antwort.

a) "Es regnet heute."
b) "x ist eine gerade Zahl."
c) "Der Himmel ist blau."
d) "$y + 2 = 5$"
e) "Ich bin hungrig."
f) "$x > 3$"
g) "5 ist eine Primzahl."
h) "$x + y = 10$"
i) "Die Sonne scheint."

Lösung:

a) Aussage
b) Aussageform
c) Aussage
d) Aussageform
e) Aussage
f) Aussageform
g) Aussage
h) Aussageform
i) Aussage

3. Erstellen Sie die Wahrheitstabelle für die Aussageform $A(x)$: "$(x \geq 0)$ oder $(x^2 = 1)$" für die konkreten Eingaben $x = -2, -1, 0, 1$.
Lösung:

x	-2	-1	0	1
$A(x)$	$(-2 \geq 0)$ oder $((-2)^2 = 1)$	$(-1 \geq 0)$ oder $((-1)^2 = 1)$	$(0 \geq 0)$ oder $(0^2 = 1)$	$(1 \geq 0)$ oder $(1^2 = 1)$
Wahrheitswert	unwahr	wahr	wahr	wahr

4. Erstellen Sie die Wahrheitstabelle für die Aussageform $A(x)$: "$(x \geq 2)$ und $(x < 3)$" für die konkreten Eingaben $x = 1, 2, 3$.
Lösung:

x	1	2	3	4
$A(x)$	$(1 \geq 2)$ und $(1 < 3)$	$(2 \geq 2)$ und $(2 < 3)$	$(3 \geq 2)$ und $(3 < 3)$	$(3 \geq 2)$ und $(3 < 3)$
Wahrheitswert	unwahr	wahr	unwahr	unwahr

1. Geben Sie jeweils die resultierende Menge an.

a) $\{1,4,6\} \cup \{1,2,3,5\}$
b) $\{-1,0,4\} \cup \{-2\}$
c) $\{1\} \cup \emptyset$
d) $\{1\} \cup \{1\}$
e) $\emptyset \cup \{1,2,3,4\}$
f) $\emptyset \cup \{x \in \mathbb{N} : x \leq 5\}$
g) $\{1\} \cup \{2\} \cup \{3\}$
h) $\{0\} \cup \{0,1,2\} \cup \emptyset \cup \{3\}$
i) $\mathbb{N} \cup \{0\}$

Lösung:

a) $\{1,2,3,4,5,6\}$
b) $\{-2,-1,0,4\}$
c) $\{1\}$
d) $\{1\}$
e) $\{1,2,3,4\}$
f) $\{1,2,3,4,5\}$
g) $\{1,2,3\}$
h) $\{0,1,2,3\}$
i) $\mathbb{N}_0$

2. Geben Sie jeweils die resultierende Menge an.

a) $\{3,6,9\} \cap \{1,2,3,4\}$
b) $\{0,1\} \cap \{1,2\}$
c) $\{3,4,5\} \cap \{1,\frac{9}{3},4,5,10\}$
d) $\{0,1\} \cap (\{0\} \cup \{1\})$
e) $\{0,3,4,5\} \cap \{4,5\} \cap \{0,5\}$
f) $\{-1,0,\frac{1}{2},1\} \cap \mathbb{Z}$
g) $[-5;5] \cap \mathbb{N}_0$
h) $\mathbb{R} \cap \emptyset$
i) $\emptyset \cap \mathbb{R}$

Lösung:

a) $\{3\}$
b) $\{1\}$
c) $\{3,4,5\}$
d) $\{0,1\}$
e) $\{5\}$
f) $\{-1,0,1\}$
g) $\{0,1,2,3,4,5\}$
h) $\emptyset$
i) $\emptyset$

3. Geben Sie jeweils die resultierende Menge an.

a) $\{3,6,9\} \setminus \{1,2,3,4\}$
b) $\{5,8,12\} \setminus \{2,4,6,8,10\}$
c) $\{1,\frac{4}{2}\} \setminus \{2\}$
d) $\{1,2,5\} \setminus \{1,2,5\}$
e) $\{-3,8\} \setminus \emptyset$
f) $\{\frac{1}{3},\pi\} \setminus \mathbb{Q}$
g) $\{10,100,1000\} \setminus (-\infty;10]$
h) $\{x \in (0;10] : x \text{ ist ungerade}\} \setminus \{1,2,3,4,9\}$
i) $\{-1,0,1\} \setminus \mathbb{N}_0$

Lösung:

a) $\{6,9\}$
b) $\{5,12\}$
c) $\{1\}$
d) $\emptyset$
e) $\{-3,8\}$
f) $\{\pi\}$
g) $\{100,1000\}$
h) $\{5,7\}$
i) $\{-1\}$

Mengenlehre	**Schwer**

1. Geben Sie jeweils die resultierende Menge an.

a) $(\{-1, 2, 5\} \cup \{-2, 2, 3\}) \cap \mathbb{N}_0$

b) $(\emptyset \cup \mathbb{N}_0) \cap [0; 5]$

c) $((0; \infty) \cup \{-1, 0\}) \setminus (0; \infty)$

d) $(\{x \in \mathbb{R} : x^2 = 4 \text{ oder } x+1 = 0\} \setminus \{-3, -2\}) \cap \{-1, -2\}$

Lösung:

a) $\{2, 3, 5\}$

b) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

c) $\{-1, 0\}$

d) $\{-1\}$